

# Saggio del profitto e metodologia TSS

Paolo Giussani \*

## 1. Introduzione

Secondo alcuni esponenti della nuova metodologia o interpretazione temporale della teoria marxiana, denominata *Temporal Single System* (TSS), sarebbe sufficiente l'impiego del formalismo dinamico associato ad essa per rivendicare l'esattezza formale dei "risultati di Marx", dalla teoria dei prezzi di produzione (trasformazione dei valori in prezzi) alla ben nota caduta (tendenziale) del saggio generale del profitto. In particolare, come dichiarano Andrew Kliman e Ted McGlone (K&MG da qui in avanti) in un recente lavoro<sup>1</sup>, mediante l'interpretazione ed il formalismo TSS diviene chiaramente discernibile come la diminuzione del saggio del profitto sia il risultato unicamente del continuo incremento della produttività e di nessun'altra speciale ipotesi e/o condizione, al contrario della tradizionale rappresentazione statico-simultanea dell'algebra sraffiana che per conseguire la diminuzione del saggio del profitto ha bisogno di postulare una continua diminuzione del rapporto *materiale* fra output ed elementi del capitale costante.

Purtroppo quest'idea è il prodotto di un'illusione ottica generata dalle caratteristiche peculiari dei sistemi dinamici utilizzati per il calcolo dei prezzi e del saggio del profitto e, più in generale, anche dell'intenso desiderio di mostrare che Marx ha comunque asserito il giusto.

## 2. Il saggio del profitto TSS

Kliman e McGlone basano la loro tesi su di un particolare esempio di sistema TSS con produzione singola a due settori (*a* e *b*) senza capitale fisso, costruito sulle seguenti ipotesi

- Le quantità di lavoro diretto ( $L_a$  e  $L_b$ ) aumentano allo stesso tasso periodico costante (+3.4%) nei due settori.
- Le quantità dell'output prodotto in ciascuno dei due settori ( $A, B$ ) aumentano al medesimo tasso periodico costante (+10%), superiore al

---

\* 106642.534@compuserve.com

<sup>1</sup> A.Kliman e T.McGlone (1999).

tasso di aumento delle quantità di lavoro diretto, il che implica che la produttività del lavoro aumenta costantemente nei due settori (ad tasso periodico costante lievemente inferiore a +6.4%).

- Il saggio del salario reale per unità di lavoro prestato ( $w$ ), costituito da una certa quantità della merce  $b$  (ossia  $11/32$ ), è costante nel tempo ed uniforme nei due settori.
- La merce  $a$  funge da input materiale (capitale costante) nei due settori; le quantità assolute di  $a$  impiegate come input nei due settori ( $AA$ ,  $AB$ ) rispettivamente crescono al medesimo tasso periodico costante (+10%), che è lo stesso tasso al quale aumentano ambedue le quantità di output prodotto,  $A$  e  $B$  - circostanza che implica che i coefficienti input/output rimangano costanti nel tempo nei due settori produttivi ( $AA_t/A_t = aa$ ,  $AB_t/B_t = ab$ ).
- I valori iniziali delle varie grandezze in gioco sono i seguenti

$$La_0 = 11, AA_0 = 44, w = 11/32, A_0 = 55$$

$$Lb_0 = 24, AB_0 = 6, w = 11/32, B_0 = 30$$

$$aa = 0.2, ab = 0.2$$

Da quanto fissato si deduce il seguente sistema temporale per il calcolo dei prezzi di produzione e del saggio del profitto

$$\begin{aligned} A_0 1.1^t pa_{t+1} &= (AA_0 1.1^t pa_t + La_0 1.034^t w pb_t) (1 + r_{t+1}) \\ B_0 1.1^t pb_{t+1} &= (AB_0 1.1^t pa_t + Lb_0 1.034^t w pb_t) (1 + r_{t+1}) \end{aligned} \quad (1)$$

$$r_{t+1} = \frac{1.034^t (La_0 + Lb_0) (1 - w pb_t)}{1.1^t (AA_0 + AB_0) pa_t + 1.034^t (La_0 + Lb_0) w pb_t}$$

Particolarmente interessante è la scelta delle condizioni ossia dei prezzi iniziali,  $pa_0$  e  $pb_0$ , operata da K&MG. Dato che il contenuto dell'indagine consiste anche nel confrontare l'andamento temporale di un sistema TSS come (1) con l'andamento temporale del suo corrispondente statico-simultaneo, K&MG argomentano che per un raffronto più puntuale e completo varrà il caso di fissare come prezzi iniziali di (1) le soluzioni del corrispondente sistema simultaneo (algebrico) per i valori iniziali ( $t=0$ ) dell'insieme delle grandezze coinvolte (lavoro e quantità input/output). Il corrispondente statico di (1) è il seguente noto

sistema sraffiano di autovalori/autovettori per il calcolo dei prezzi di produzione e del saggio del profitto:<sup>2</sup>

$$\begin{aligned} A_0 1.1^t pa(t) &= [AA_0 1.1^t pa(t) + La_0 1.034^t w pb(t)] [1 + r(t)] \\ B_0 1.1^t pb(t) &= [AB_0 1.1^t pa(t) + Lb_0 1.034^t w pb(t)] [1 + r(t)] \end{aligned} \quad (2)$$

Una volta fissato un qualsiasi  $t = T$ , i coefficienti sono noti ed il sistema (2) fornisce un insieme di infinite soluzioni positive per i prezzi  $pa(T)$  e  $pb(T)$ , corrispondenti tutte ad un *unico* prezzo relativo  $p(t) = pa(T)/pb(T)$  definito dal saggio del profitto  $r(T)$ , a sua volta stabilito in base all'autovalore massimo della matrice input-output di (2) - procedura che va ovviamente ripetuta lungo l'insieme dei valori  $t \geq 0$  se si vuole ottenere il quadro dell'evoluzione del sistema (2) nel tempo. Onde ottenere un'unica serie di prezzi assoluti ed il prezzo relativo conseguente per ogni  $t$ , occorre prefissare quindi un numerario mediante un'equazione supplementare di normalizzazione del sistema (2). Per  $t=0$  il sistema (2) fornisce  $pa(0)/pb(0) = 2.75$  e  $r(0) = 0.212$ ; conformemente, K&MG fissano  $pa_0 = 2.2$ ,  $pb_0 = 0.8$ , che è l'unico vettore di prezzi di produzione assoluti iniziali corrispondente al prezzo relativo simultaneo  $pa(0)/pb(0) = 2.75$  che consenta al sistema (1) di generare lo stesso saggio del profitto iniziale del sistema (2), ovvero  $r_0 = r(0) = 0.212$ . Fatto ciò, K&MG fanno quindi evolvere i due sistemi (1) e (2) nel tempo mediante la variazione delle grandezze input-output secondo i tassi costanti di crescita stabiliti, scoprendo che mentre per  $t \rightarrow \infty$  il sistema statico sraffiano (2) genera un saggio del profitto *crescente*, il sistema dinamico TSS (1) produce un saggio del profitto *decrescente*. Di qui la loro idea che la divergenza dei movimenti dei due saggi del profitto (TR, il saggio del profitto temporale calcolato secondo (1); e SR, il saggio del profitto simultaneo, calcolato secondo (2)) sia dovuta al differente formalismo impiegato, che a sua volta è il riflesso delle considerevoli differenze di interpretazione della teoria di Marx.

---

<sup>2</sup> Per indicare che i prezzi ed il saggio del profitto sono soluzioni di un certo sistema algebrico statico in cui i coefficienti sono definiti da una funzione di  $t$  li indichiamo con  $pa(t)$ ,  $pb(t)$  e  $r(t)$  rispettivamente, distinguendoli così dalle funzioni-soluzioni del sistema dinamico (1) che sono munite di indice temporale ( $pa_t$ ,  $pb_t$ ,  $r_t$ ).

Il calcolo rivela subito che il saggio del profitto temporale del sistema (1) raggiunge un limite dato dal valore costante  $TR = 0.175$  a partire da un determinato  $t \geq t^*$ , mentre il saggio del profitto simultaneo del sistema (2) raggiunge il limite definito dal valore costante  $SR = 0.25$  a partire da un determinato  $t \geq t^{**}$ .

L'errore di K&MG è di accontentarsi del risultato immediato fornito dal loro esempio particolare rinunciando a svolgere un'analisi matematica più approfondita e generale, che li avrebbe condotti a scoprire che la tendenza decrescente del saggio del profitto temporale (da 0.212 a 0.175) è *esclusivamente* il prodotto della loro scelta delle condizioni iniziali ossia dei prezzi iniziali fissati a  $pa_0 = 2.2$  e  $pb_0 = 0.8$  (con  $pa_0/pb_0 = 2.75$ ) e non di una presunta dinamica intrinseca del sistema TSS (1) dovuta all'incremento costante della produttività (e magari delle composizioni tecnica ed organica). È infatti sufficiente trovare una differente coppia di condizioni iniziali basate sul medesimo prezzo relativo (o anche su di un differente prezzo relativo) che produca una tendenza *crescente* del TR, sino a conseguire prima o poi il medesimo limite (pari a 0.175), il quale è indipendente dalla scelta delle condizioni iniziali per il sistema (1). È ovvio che mentre il saggio del profitto finale non dipende dai prezzi iniziali, quello iniziale dipende interamente dai prezzi iniziali: basta quindi scegliere prezzi iniziali adatti per ottenere di raggiungere il TR finale dall'alto (tendenza decrescente, come fanno K&MG), o dal basso (tendenza crescente, come nell'esempio che ora segue), come si preferisce.

L'esempio è costruito fissando  $pa_0 = 7.5$  e  $pb_0 = pa_0/2.75 = 2.72727$ . Dati questi prezzi iniziali, il sistema TSS (1) genera il saggio del profitto iniziale  $r_1 = 0.005364$ , nonché la successiva evoluzione temporale descritta nel Quadro 1:

Quadro 1. Evoluzione del sistema TSS (1)  
per  $pa_0 = 7.5$  e  $pb_0 = pa_0/2.75 = 2.727272$ .

$t$	$pa_t$	$pb_t$	$r_t$ (TR)	$pa/pb_t$	$t$	$pa_t$	$pb_t$	$r_t$ (TR)	$pa/pb_t$
0	7.5	2.7272727	0.005364	2.75	14	1.5309374	0.4471717	0.1580509	3.4236008
1	6.2206897	2.262069	0.0217381	2.75	15	1.4332943	0.4144666	0.1611181	3.4581659
2	5.2340965	1.8686392	0.0392828	2.8010204	16	1.3444576	0.3851586	0.1636564	3.4906596
3	4.4697394	1.5598386	0.0563968	2.8655139	17	1.2630388	0.3586949	0.1657529	3.521206
4	3.8715489	1.3207406	0.0724329	2.9313469	18	1.1879539	0.3346423	0.1674818	3.5499214
5	3.3976087	1.134506	0.0871005	2.9947913	19	1.1183503	0.3126577	0.1689059	3.5769155
6	3.0170621	0.9876219	0.1002713	3.0548756	20	1.0535515	0.292467	0.1700779	3.6022914
7	2.7072078	0.8700707	0.111914	3.1114803	21	0.9930152	0.2738487	0.1710416	3.6261459
8	2.4512772	0.774562	0.1220667	3.1647269	..	...	...	...	...
9	2.2368198	0.6957895	0.1308167	3.2147937	42	0.2881897	0.0739322	0.1752348	3.8980274
10	2.0545417	0.6298672	0.1382832	3.261865	..	...	...	...	...
11	1.8974693	0.5739266	0.144602	3.3061183	188	3.549E-05	8.872E-06	0.175	3.9999878
12	1.7603437	0.5258334	0.1499135	3.3477215	..	...	...	...	...
13	1.6391786	0.4839857	0.1543542	3.3868327	$\infty$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 0$	0.175	4

Si osserva quindi che il saggio del profitto cresce fino a raggiungere un valore massimo pari a 0.1752348 per  $t=42$ , per poi diminuire lievissimamente verso il limite 0.175, raggiunto e mantenuto a partire da  $t=188$ .

Che l'andamento ascendente o discendente del saggio del profitto in un sistema TSS come (1) dipenda esclusivamente dalle condizioni (prezzi) iniziali mentre il suo limite per  $t \rightarrow \infty$  non dipende minimamente dai prezzi iniziali bensì unicamente dai coefficienti input-output lo si può osservare molto agevolmente riscrivendo l'equazione di (1) per il saggio del profitto in termini generali.

A questo fine poniamo  $L_t = La_t + Lb_t$ , e designiamo le produttività settoriali e complessiva mediante  $\pi a_t = A_t/La_t = 1/l a_t$ ,  $\pi b_t = B_t/Lb_t = 1/l b_t$ ,  $\pi_t = A_t/L_t + B_t/L_t$ ; e le composizioni tecniche settoriali e complessiva mediante  $\tau a_t = AA_t/La_t$ ,  $\tau b_t = AB_t/Lb_t$ ,  $\tau_t = AA_t/La_t + AB_t/Lb_t$  rispettivamente. Considerando che secondo le ipotesi di K&MG le due composizioni tecniche settoriali crescono al medesimo tasso temporale (poco meno di +6.4%) che è identico al tasso a cui crescono le produttività settoriali, ne consegue che il rapporto fra produttività complessiva e composizione tecnica complessiva è una grandezza costante nel tempo, che possiamo designare con  $\phi = \pi_t/\tau_t$ .

Tenendo conto delle nuove grandezze introdotte, riscriviamo la terza equazione del sistema TSS (1)

$$r_{t+1} = \frac{L_t (1 - w pb_t)}{(AA_t + AB_t) pa_t + L_t w pb_t}$$

Dividendo numeratore e denominatore per  $L_t$  si ha

$$r_{t+1} = \frac{1 - w pb_t}{\tau_t pa_t + w pb_t} = \frac{1}{\tau_t pa_t + w pb_t} - \frac{w pb_t}{\tau_t pa_t + w pb_t}$$

Dividendo ora numeratore e denominatore dei due addendi per  $pb_t$  e denominando  $p_t = pa_t/pb_t$ , ricaviamo

$$r_{t+1} = \frac{1}{(\tau_t p_t + w) pb_t} - \frac{w}{\tau_t p_t + w} \quad (3)$$

Onde studiare il limite di  $r_{t+1}$  ( $t \rightarrow \infty$ ) bisogna stabilire i limiti di ciascuna delle variabili di (3) in gioco. Il limite della composizione tecnica  $\tau_t$  è evidentemente pari a  $\infty$  giacché questa grandezza cresce indefinitamente ad un tasso periodico costante. Parimenti il limite del prezzo assoluto  $pb_t$  è dato dal valore nullo dato che il suo reciproco ( $1/pb_t$ ) tende a cresce indefinitamente allo stesso tasso di aumento della produttività settoriale  $\pi b_t$ . Il prezzo relativo  $p_t$  a sua volta tende ad una grandezza positiva costante,  $p^*$ , pari al rapporto fra il coefficiente materiale input-output nel settore A e lo stesso coefficiente nel settore B :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p_{t+1} = p^* = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{p_t \frac{AA_t}{A_t} + w \frac{La_t}{A_t}}{p_t \frac{AB_t}{B_t} + w \frac{Lb_t}{B_t}} = \frac{AA_t}{A_t} = \frac{AA_0}{A_0} = \frac{aa}{ab}$$

Ne consegue immediatamente che

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left( - \frac{w}{\tau_t p^* + w} \right) = 0$$

Visto che il limite del secondo termine di (3) è nullo, il limite del saggio del profitto sarà determinato del limite del primo termine di (3) che resta da definire. Considerando che il tasso di accrescimento del termine  $1/pb_t$  è tendenzialmente uguale a quello della produttività settoriale  $\pi b_t$  e della produttività complessiva  $\pi_t$ , possiamo scrivere

$\frac{1}{pb_t} = kb_0 \pi b_t = kb_0 \pi b_0 (1 + g_{\pi b})^t$  (dove  $kb_0$  è una costante positiva che

dipende dalla conformazione iniziale del sistema TSS (1) di equazioni dei prezzi di produzione del saggio del profitto; mentre  $g_{\pi b}$  è il tasso di crescita costante della produttività nel settore b ossia di  $B_t/Lb_t$ ) ottenendo

$$\begin{aligned} \hat{r} &= \lim_{t \rightarrow \infty} r_{t+1} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{(\tau_t p_t + w) pb_t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{kb_0 \pi b_t}{(\tau_t p_t + w)} \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{kb_0 \frac{\pi b_t}{\tau_t}}{\left( p_t + \frac{w}{\tau_t} \right)} = \frac{kb_0 \phi_b}{p^*} > 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Ossia, siccome  $p^* = \frac{aa}{ab}$  e  $\phi_b = \frac{\pi b_t}{\tau_t} = \frac{B_t}{Lb_t} \frac{L_t}{AA_t + AB_t} = \frac{L_0}{Lb_0} \frac{B_0}{AA_0 + AB_0}$ ,

il saggio del profitto del sistema (1) al limite si può formulare come

$$\hat{r} = kb_0 \phi_b \frac{ab}{aa} = kb_0 \phi_b \frac{AB_0}{B_0} \frac{A_0}{AA_0} = kb_0 \frac{\pi b_t}{\tau_t} \frac{ab}{aa} = kb_0 \frac{\pi b_0}{\tau_0} \frac{ab}{aa} \quad (5)$$

La (4) e la (5) rendono del tutto evidente che i prezzi iniziali non hanno alcuna parte nella fissazione del limite del saggio del profitto (per  $t \rightarrow \infty$ ) determinato, nel caso del sistema (1) di K&MG, unicamente dall'insieme delle condizioni *iniziali* di produzione, e che l'andamento delle produttività settoriali e complessiva in ciò non gioca un ruolo di per sé ma solo in relazione al movimento della composizione tecnica complessiva (e viceversa, ovviamente).

Poiché nel sistema TSS (1) di K&MG il termine  $1/pb_{t+1}$  tende ad aumentare allo stesso tasso temporale della produttività complessiva  $\pi_t$ , che è a sua volta uguale al tasso di incremento della produttività settoriale  $\pi b_t$ , analogamente a quanto fatto nei riguardi della produttività settoriale, si può scrivere  $\frac{1}{pb_{t+1}} = k_0 \pi_t = k_0 \pi_0 (1 + g_\pi)^t$  - dove  $g_\pi$  è il

saggio costante di aumento della produttività generale uguale al tasso di accrescimento delle produttività settoriali e delle svariate

composizioni tecniche - di conseguenza, l'ultima equazione (5) si può riformulare nel modo che segue

$$\hat{r} = k_0 \frac{\pi_0}{\tau_0} \frac{aa}{ab} = k_0 \frac{A_0 Lb_0 + B_0 La_0}{AA_0 Lb_0 + AB_0 La_0} \frac{AA_0}{A_0} \frac{B_0}{AB_0}$$

Considerando che, date le ipotesi poste da K&MG per il loro sistema (1),

$\frac{A_0 Lb_0 + B_0 La_0}{AA_0 Lb_0 + AB_0 La_0}$  è un rapporto aggregato costante determinato dai

coefficienti materiali input-output (rapporto che possiamo indicare con

il simbolo  $1/\chi$ ), mentre  $\frac{AA_0}{A_0} \frac{B_0}{AB_0}$  come sappiamo è il rapporto costante fra

i due coefficienti materiali input-output settoriali che designiamo

mediante  $\theta$ , il saggio del profitto al limite risulta determinato

precisamente da quelle relazioni materiali (in cui il tempo di lavoro

non c'entra) - già note da tempo immemore nella letteratura standard sul

saggio del profitto marxiano - che K&MG penserebbero di aver aggirato o

superato mediante l'approccio TSS:

$$\hat{r} = k_0 \frac{\theta}{\chi} \quad (6)$$

Il continuo aumento della produttività del lavoro - ossia la continua

diminuzione dell'ammontare di lavoro vivo per unità di output - e

l'altrettanto continuo aumento della composizione tecnica (ossia degli

input materiali per unità di lavoro diretto) *non hanno di per sé*

*l'effetto di spingere verso il basso (verso zero) il limite del saggio*

*del profitto, che è il prodotto o dell'aumento del coefficiente*

*materiale aggregato (rapporto input/output materiale) o di un*

*accrescimento del rapporto fra il coefficiente materiale nel settore che*

*produce i mezzi di produzione e in quello che produce i beni di consumo,*

*il che in altri termini si esprime come una crescita della produttività*

*complessiva più lenta della crescita della composizione tecnica*

*complessiva, oppure, detto in altro modo ancora, in un crescente*

*rapporto fra valore del capitale costante aggregato impiegato e flusso*

*di valore aggiunto (lavoro diretto).*

Al contrario, la scelta dei prezzi iniziali del sistema TSS (1) è del

tutto determinante per far sì che il limite definito dalla (4) e dalla

(6) sia raggiunto dal sistema (1) approssimandosi ad esso a partire da



valori superiori (ossia declinando) o da valori inferiori (ossia accrescendosi). Secondo l'equazione (3) il livello iniziale del saggio del profitto del sistema TSS (1) è dato da

$$r_1 = \frac{1 - w \, p b_0}{\tau_0 \, p a_0 + w \, p b_0} = \frac{\frac{1}{p b_0} - w}{\tau_0 \, p_0 + w} \quad (7)$$

Dato che  $\hat{r} = k_0 \frac{\theta}{\chi}$ , nel tragitto che va dal saggio iniziale del profitto  $r_1$  al saggio del profitto limite  $\hat{r}$  - ossia nell'intervallo  $[r_1, \hat{r}]$  corrispondente a  $[t = 1, t \geq T]$  - si ha una tendenza complessivamente di-

scendente se  $\frac{\frac{1}{p b_0} - w}{\tau_0 \, p_0 + w} > k_0 \frac{\theta}{\chi}$ , ed ascendente se  $\frac{\frac{1}{p b_0} - w}{\tau_0 \, p_0 + w} < k_0 \frac{\theta}{\chi}$ . In

altri termini, volendo per comodità tenere fisso il prezzo relativo iniziale ( $p_0 = \bar{p}_0$ ), nel percorrere l'intervallo  $[r_1, \hat{r}]$  ossia nel raggiungere il valore-limite  $\hat{r}$  definito dalla (7), il saggio del profitto del sistema TSS (1) diminuisce, rimane costante o aumenta secondo che si abbia

$$p b_0 < = > \left[ \frac{\theta}{\chi} (\tau_0 \bar{p}_0 + w) + w \right] k_0 \quad (8)$$

Il che dimostra come l'emergere di una determinata tendenza, ascendente o discendente, del TR del sistema (1) di K&MG dipenda *esclusivamente* dalle scelte delle condizioni (prezzi) iniziali del sistema stesso ( $p a_0, p b_0$ ) ovvero ( $\bar{p}_0, p b_0$ ) e nient'affatto da una qualche dinamica intrinseca del sistema TSS. Se la forma del moto del TR fosse invece un prodotto del sistema TSS cioè della sua evoluzione temporale, il suo valore dovrebbe tendere asintoticamente verso zero oppure verso infinito oppure verso grandezze comunque indipendenti dalla conformazione iniziale del sistema di equazioni temporali senza bisogno di porre speciali ipotesi riguardo ai rapporti fra le quantità materiali prodotte ed usate come mezzi di produzione. Cosa che, come abbiamo considerato, non vale affatto per il sistema (1).

### 3. Condizioni Iniziali ?

Va notato che K&MG non sono in realtà del tutto chiari per quanto riguarda il contenuto della dimostrazione che essi ritengono di avere conseguito mediante la loro trattazione del TR in opposizione allo SR. Decisamente preoccupati della conseguenze del cosiddetto teorema di Okishio, K&MG paiono soddisfatti di avere mostrato che il saggio del profitto nella metodologia temporale "può diminuire", contrariamente alla spettacolare asserzione del teorema di Okishio che attraverso il formalismo statico-simultaneo dimostrerebbe l'impossibilità logica della diminuzione del saggio del profitto per effetto del progresso tecnico (variazioni nei coefficienti input-output e nella produttività del lavoro). Tuttavia questo non appare uno dei "risultati di Marx", che l'interpretazione sequenziale dovrebbe essere in grado di replicare formalmente. Nella teoria di Marx il saggio del profitto diminuisce indefinitamente fintantoché la composizione organica (quindi il progresso tecnico) e la produttività del lavoro agiscono; nella teoria di K&MG esemplificata dal loro sistema TSS (1), e questo sempre purché si scelgano le condizioni iniziali giuste, il saggio del profitto diminuisce solo fino ad un certo livello ben superiore allo zero, dopodiché si mantiene costante vita natural durante, malgrado tanto la composizione organica che la produttività del lavoro seguitino ad aumentare allo stesso saggio iniziale tendendo quindi all'infinito. K&MG dovrebbero infatti spiegare il bizzarro fenomeno per cui il costante aumento della composizione organica e della produttività del lavoro ha un effetto temporaneo e limitato, e non altrettanto costante del loro incremento, sul saggio del profitto, in guisa che a partire da un certo punto del tempo e da un certo livello del saggio del profitto quest'ultimo diviene perfettamente insensibile all'azione esercitata dalla composizione organica e dalla produttività del lavoro. Quella di K&MG potrebbe venire chiamata una teoria della caduta-solo-fino-a-un-certo-punto-del-saggio-del-profitto-e-sperando-che-di-avere-i-prezzi-iniziali-giusti, e non è solo una battuta.

Ciononostante, K&MG sembrano potere vantare almeno un risultato, quello di aver mostrato che, contrariamente all'asserzione del teorema di Okishio, il saggio del profitto TR può in certi casi diminuire indipendentemente dai movimenti del salario reale. Il fatto è, però, che questi casi sembrano determinati dal caso e non dal progresso tecnico

cioè dall'aumento della composizione organica associato all'incremento costante della produttività - a meno di non ricorrere alle vecchie ipotesi riguardo alla composizione materiale della struttura input-output dell'economia - cosa che K&MG escludono categoricamente, ritenendo appunto che l'approccio TSS renda irrazionali, arbitrarie e dunque fasulle quelle ipotesi. Abbiamo visto che con il loro esempio di sistema temporale (1) K&MG conseguono una limitata diminuzione del saggio del profitto dal livello iniziale di 0.212 a quello finale di 0.175 ponendo come condizioni iniziali i due prezzi assoluti che danno lo stesso prezzo relativo iniziale e lo stesso saggio del profitto del sistema simultaneo corrispondente a (1) ossia del sistema (2). Questa scelta delle condizioni iniziali non manca di razionalità giacché se l'approccio TSS è stato introdotto in opposizione all'approccio statico della tradizione simultaneista al fine di rispecchiare il circuito del capitale ossia il fatto, ben messo in chiaro da Marx, che per poter esistere i valori-merce debbono circolare percorrendo vari momenti *temporalmente distinti*, l'idea che i prezzi iniziali siano dati senza previa circolazione si può formalizzare utilizzando i prezzi calcolati dal sistema simultaneo che si ricava da (1) con le medesime grandezze input-output. Se, quindi, la diminuzione del saggio del profitto generata nel corso di un sistema temporale come l'esempio (1) di K&MG, per quanto limitata sia, fosse un risultato generalizzabile come tipico di ogni sistema TSS di prezzi di produzione con produttività del lavoro e composizione tecnica crescenti e con prezzi iniziali forniti iniziale del sistema simultaneo iniziale ( $t=0$ ) associato, si potrebbe asserire che il risultato ricavato da K&MG sia di qualche interesse, ma così purtroppo non è. Una piccola alterazione nelle grandezze input-output del sistema (1) è del tutto sufficiente a generare un secondo esempio di sistema TSS in cui, malgrado i prezzi iniziali siano fissato esattamente secondo la procedura adottata da K&MG e l'evoluzione temporale delle grandezze input, delle grandezze output, della produttività del lavoro e della composizione tecnica abbia luogo in base a presupposti uguali a quelli stabiliti da K&MG per il loro sistema (1), il saggio del profitto *si accresce* dal valore iniziale (pari a quello del saggio del profitto del sistema simultaneo iniziale) fino al suo valore limite nel corso dell'evoluzione temporale ossia mentre l'indice temporale  $t$  percorre l'intervallo  $[t=1, t=T]$ .

La struttura input-output iniziale del nuovo sistema TSS è la seguente

**Quadro 2. Nuova struttura input-output del sistema TSS ( $t = 0$ )**

	Input			Output	
	A	B		A	B
A	20	$w \times La_0$	→	55	
B	18	$w \times Lb_0$	→		40
$\Sigma$	38	$w \times L_0$	→	55	40
		$w=11/32$	$La_0=35$		
			$Lb_0=7$		

Esattamente come per il sistema (1) di K&MG, le quantità di lavoro diretto nei due settori aumentano ad un medesimo saggio periodico pari a 0.034, le quantità di input materiali AA ed AB crescono allo stesso saggio periodico uguale a 0.1, e così pure le due quantità prodotte di output, A e B, aumentano secondo uno stesso saggio temporale identico a quello degli input materiali, di modo che, come per il sistema (1), le varie produttività del lavoro e composizioni tecniche si accrescono allo stesso tasso periodico, i coefficienti input-output restano inalterati, ed i coefficienti di salario reale diminuiscono in virtù della diminuzione delle quantità di lavoro diretto per unità di output essendo il saggio del salario reale uniforme e costante ( $w = 11/32$  della merce b).

Il prezzo relativo ed il saggio del profitto del sistema simultaneo basato sulla struttura input-output del quadro 2 sono rispettivamente dati da  $\frac{pa(0)}{pb(0)} = 1.1116774$  e  $r(0) = 0.7844$ . In base a questi due punti

di partenza l'applicazione della procedura adottata da K&MG impone che i prezzi assoluti iniziali del sistema TSS vengano fissati rispettivamente a  $pa_0 = 0.792727$  e  $pb_0 = 0.713091$ . Ne risulta la seguente dinamica temporale dei prezzi di produzione e del saggio del profitto del sistema TSS costituito sulla struttura input-output iniziale del Quadro 2:

Quadro 3. Evoluzione temporale del sistema TSS del Quadro 2.

$t$	$pa_t$	$pb_t$	$r_t$ (TR)	$pa_t/pb_t$	$t$	$pa_t$	$pb_t$	$r_t$ (TR)	$pa_t/pb_t$
0	0.792727	0.7130908		1.1116774	21	0.2109091	0.2288587	1.1646005	0.9215688
1	0.7927271	0.7130909	0.7844046	1.1116774	22	0.1972789	0.21544	1.1835851	0.9157025
2	0.7605351	0.694355	0.7487837	1.0953115	23	0.1845638	0.2027945	1.2019502	0.9101028
3	0.718134	0.6628541	0.74827	1.0833968	24	0.1726998	0.1908789	1.2196969	0.9047607
4	0.6732503	0.6286213	0.7644041	1.070995	25	0.1616273	0.1796524	1.2368278	0.8996669
5	0.6292893	0.5941015	0.7868409	1.0592286	26	0.1512913	0.169076	1.2533474	0.8948128
6	0.5874712	0.5606511	0.812006	1.0478373	27	0.1416407	0.1591131	1.2692611	0.8901894
7	0.5481906	0.5286988	0.8381274	1.0368675	28	0.1326281	0.1497289	1.2845761	0.885788
8	0.5114904	0.4983833	0.8644373	1.0262991	29	0.1242093	0.1408907	1.2993006	0.8816003
9	0.477279	0.4697046	0.8905695	1.016126	30	0.1163435	0.1325674	1.3134439	0.8776178
10	0.445417	0.4426113	0.9163489	1.006339	31	0.1089928	0.1247296	1.3270164	0.8738323
11	0.4157522	0.4170328	0.9416857	0.9969292	32	0.1021219	0.1173497	1.3400295	0.8702358
12	0.3881342	0.3928931	0.9665299	0.9878877	33	0.0956983	0.1104015	1.3524955	0.8668204
13	0.36242	0.3701164	0.9908496	0.9792054	34	0.0896914	0.1038602	1.364427	0.8635784
14	0.3384749	0.3486294	1.0146224	0.9708731	35	0.0840732	0.0977024	1.3758378	0.8605025
15	0.3161736	0.3283618	1.0378311	0.9628815	36	0.0788174	0.0919061	1.3867419	0.8575853
16	0.2953994	0.309247	1.0604614	0.9552216	37	0.0738995	0.0864504	1.3971538	0.8548198
17	0.2760443	0.2912216	1.0825017	0.9478838	..	...	...	...	...
18	0.2580075	0.2742255	1.1039425	0.940859	126	0.0002868	0.0003549	1.5842268	0.8082854
19	0.241196	0.2582018	1.1247761	0.9341377	..	...	...	...	...
20	0.2255233	0.2430966	1.1449967	0.9277108	$\infty$	$\rightarrow 0$	$\rightarrow 0$	1.585	0.8080808

Si può osservare che malgrado la scelta dei prezzi iniziali sia stata compiuta in conformità alle indicazioni di K&MG, il saggio del profitto, a causa delle modificazioni nella struttura input-output del sistema, questa volta tende *dal basso* ad un limite pari a 1.585 partendo dal valore iniziale  $r_1 = 0.7844046$ , , mentre il prezzo relativo  $pa_t/pb_t$  tende al valore costante 0.8080808. Il movimento nel tempo di ambedue le grandezze rispecchia quello delle corrispondenti grandezze del sistema simultaneo basato sui dati input-output del Quadro 2:

Quadro 4. Evoluzione temporale del sistema simultaneo basato sulla struttura input-output iniziale del quadro 2.

$t$	$r(t)$ SR	$pa(t)/pb(t)$	$t$	$r(t)$ SR	$pa(t)/pb(t)$
0	0.7844044	1.1116774	21	1.3324232	0.9162979
1	0.8154199	1.0984219	22	1.3517672	0.9106485
2	0.8461062	1.0856147	23	1.3704426	0.9052601
3	0.8764316	1.0732481	24	1.3884536	0.9001234
4	0.9063655	1.0613143	25	1.405806	0.8952294
5	0.9358784	1.0498055	26	1.4225068	0.8905692
6	0.9649417	1.0387132	27	1.4385648	0.8861339
7	0.9935284	1.0280293	28	1.4539897	0.8819148
8	1.0216125	1.017745	29	1.4687928	0.8779034
9	1.0491699	1.0078517	30	1.4829861	0.8740914
10	1.076178	0.9983405	31	1.4965828	0.8704705
11	1.102616	0.9892023	32	1.5095967	0.8670328
12	1.1284648	0.980428	33	1.5220425	0.8637705
13	1.1537073	0.9720085	34	1.5339354	0.860676
14	1.1783285	0.9639344	35	1.5452912	0.8577419
15	1.202315	0.9561964	36	1.556126	0.8549609
16	1.2256557	0.9487851	37	1.5664563	0.8523262
17	1.2483415	0.9416909	..	...	...
18	1.2703653	0.9349046	126	1.7491585	0.8082732
19	1.291722	0.9284166	..	...	...
20	1.3124084	0.9222175	$\infty$	1.75	0.8080808

Come conseguenza di questo semplice esperimento, non rimane proprio niente della pretesa che la semplice applicazione del formalismo sequenziale dell'interpretazione TSS della teoria dei prezzi di Marx sia sufficiente a mostrarci un saggio del profitto declinante in quanto puro effetto dell'aumento costante della produttività del lavoro e della composizione tecnica del capitale.

Nell'ultima parte analizzeremo infine le ragioni per cui con le ipotesi poste da K&MG nel loro sistema TSS e mediante la loro scelta di condizioni (prezzi) iniziali, date certe strutture input-output di partenza il saggio del profitto TR cala (fino ad un limite positivo) e date altre aumenta (fino ad un tetto invalicabile) nonché i rapporti fra il formalismo dinamico dell'approccio TSS ed il teorema di Okishio.

#### 4. TR ed SR

Per comprendere le differenze nei movimenti di lungo periodo di TR ed SR è necessario analizzare le variabili di cui essi sono funzione. SR è notoriamente funzione degli elementi della matrice sociotecnica del sistema (2) ossia della matrice che comprende i coefficienti input-output di salario reale oltre ai coefficienti tecnici input-output; in

questa funzione le quantità settoriali di lavoro diretto per unità di output entrano soltanto in quanto determinanti dei coefficienti input-output di salario reale e non in altro modo. Pur potendo apparire esteriormente alquanto complicato, il rapporto che lega SR agli elementi della matrice sociotecnica di (2) si può ridurre ad una relazione abbastanza elementare, approssimativamente costituita dalla seguente funzione in cui  $\mu(t) > 0$  è la norma generica della matrice sociotecnica di un sistema dello stesso tipo di (2) e  $h$  una costante positiva:

$$r(t) = \frac{h}{\mu(t)} \quad (9)$$

A sua volta la norma  $\mu(t)$  è una funzione diretta del valore medio degli elementi della matrice sociotecnica; per cui si può in definitiva affermare che il SR varia in ragione inversa delle variazioni medie degli elementi della matrice sociotecnica del sistema simultaneo (2). Riscrivendo la forma generale del sistema (2) mediante la sostituzione dei coefficienti input-output con i rapporti fra composizione tecnica e produttività settoriali e fra saggio del salario reale e produttività settoriali, la matrice sociotecnica del sistema (2) diviene

$$\begin{bmatrix} \frac{\tau a_t}{\pi a_t} & \frac{w}{\pi a_t} \\ \frac{\tau b_t}{\pi b_t} & \frac{w}{\pi b_t} \end{bmatrix}, \text{ da cui grazie all'equazione precedente (9) si comprende}$$

immediatamente come il movimento dello SR sia determinato in maniera tale che, fermo rimanendo il saggio del salario reale, l'accrescimento delle composizioni tecniche settoriali tende a ridurre il livello del SR mentre quello delle produttività settoriali ad accrescerlo.

In particolare calcolando lo SR del sistema (2) secondo le ipotesi di K&MG relative alla dinamica del sistema (1), la sua matrice

$$\text{sociotecnica per } t \rightarrow \infty \text{ diviene } \begin{bmatrix} \frac{\tau a_t}{\pi a_t} & 0 \\ \frac{\tau b_t}{\pi b_t} & 0 \end{bmatrix} \text{ e il saggio del profitto}$$

$$\text{simultaneo } r(t \rightarrow \infty) = \bar{r} = \frac{\pi a_t}{\tau a_t} - 1 = \frac{1}{aa} - 1.$$

Rammentando ora l'equazione (6) che è l'equazione del TR al limite  $t \rightarrow \infty$

$$\hat{r} = k_0 \frac{\theta}{\chi} ,$$

vediamo facilmente che i limiti dei due saggi del profitto TR ed SR saranno uguali se e solo se si avrà  $\frac{1}{aa} - 1 = k_0 \frac{\theta}{\chi}$  ossia  $aa = \frac{\chi}{k_0 \theta + \chi}$ ,

il che può avvenire solo per caso e/o per scelta ad hoc dell'esempio di sistema da utilizzare ma non certo come circostanza generale.

### 5. TSS e Teorema di Okishio

È assai facile invalidare il cosiddetto teorema di Okishio (TO) dal punto di vista della metodologia TSS. Una volta definito l'autovalore massimo di una matrice non negativa (quali appunto sono le matrici sociotecniche input-output) - che è quello che serve a stabilire il SR di un sistema sraffiano come (2) - il TO si rivela un semplice truismo ossia una seconda maniera, del tutto equivalente a quella usuale, per definire l'autovalore massimo di una matrice sociotecnica.<sup>3</sup> I sistemi TSS, non essendo essi sistemi algebrici bensì equazioni alle differenze, non hanno autovalori delle matrici sociotecniche e non possono quindi generare teoremi di Okishio, almeno nella forma in cui l'originario TO è stato definito. Modificando questa forma ed adattando il TO al quadro formale dinamico dell'approccio TSS ne risulta un nuova sorta di TO che almeno in parte ricalca quello applicabile ai sistemi simultanei come (2).<sup>4</sup>

---

<sup>3</sup> In un sistema di autovalori/autovettori come quello sraffiano il saggio del profitto è determinato come funzione lineare dell'autovalore max della matrice sociotecnica, tale che il saggio del profitto tende all'infinito se l'autovalore max tende a zero, mentre tende a zero se l'autovalore max tende al suo livello massimo dato da 1. La norma di una matrice nonnegativa dipende dall'insieme dei suoi elementi e, come già mostrato con l'equazione (9), è a sua volta linearmente legata all'autovalore max, di modo che il saggio del profitto scende o sale a seconda che la norma salga o scenda. Il criterio di scelta delle tecniche di Okishio è precisamente concepito ad hoc in modo tale che la nuova tecnica scelta (ossia la nuova matrice sociotecnica) corrisponda ad una norma inferiore ossia ad un autovalore max inferiore ossia ad un saggio del profitto superiore a quello di partenza.

<sup>4</sup> La difficoltà formale maggiore nel trattare e valutare i sistemi dinamici TSS consegue dal fatto che sono sistemi di equazioni alle differenze *nonlineari* abbastanza complicate che non possiedono soluzioni analitiche, e che perciò possono essere risolte solo per mezzo di metodi numerici.



Va ricordato che Okishio stabilisce il suo teorema fondandolo sull'impiego di un criterio (CO), che egli considera capitalisticamente razionale, di scelta ed introduzione delle nuove tecnologie, il quale per i sistemi senza capitale fisso come (1) si riduce all'idea che i capitalisti appartenenti un certo settore  $j$  adotteranno una nuova tecnologia - definita dall'insieme dei coefficienti input-output  $(ij_{t+1}, lj_{t+1}; i=1, \dots, n)$  - se e solo se questa nuova tecnologia fornisce costi unitari complessivi calcolati ai prezzi correnti inferiori a quelli in vigore nel periodo precedente con la vecchia tecnologia  $(ij_t, lj_t; i=1, \dots, n)$ ,<sup>5</sup> vale a dire se e solo se

$$\sum_{i=1}^n ik_{t+1} pi_t + w lj_{t+1} pw_t < \sum_{i=1}^n ik_t pi_t + w lj_t pw_t ,$$

dove  $pw$  è il prezzo unitario della merce-salario e, come in precedenza,  $w$  è il saggio del salario reale ipotizzato costante nel tempo.<sup>6</sup> In altri termini, restando nei limiti del sistema (1) di K&MG, in ciascuno dei due settori  $a$  e  $b$  rispettivamente una nuova tecnologia sarà adottata per la produzione del medesimo bene se e solo se si avrà

$$pa_t aa_{t+1} + pb_t la_{t+1} w < pa_t aa_t + pb_t la_t w \quad (10a)$$

$$pa_t ab_{t+1} + pb_t lb_{t+1} w < pa_t ab_t + pb_t lb_t w \quad (10b)$$

Le due disequazioni (10a,b) implicano ovviamente le disequazioni  $pa_t \Delta aa_t < pb_t (-\Delta la_t) w$  e  $pa_t \Delta ab_t < pb_t (-\Delta lb_t) w$ , e quindi

$$\frac{p_t}{w} \Delta aa_t < -\Delta la_t \quad , \quad \frac{p_t}{w} \Delta ab_t < -\Delta lb_t$$

Se ipotizziamo che il mutamento tecnico si basi invariabilmente sulla diminuzione delle quantità di lavoro diretto per unità di output

---

<sup>5</sup> Chiamiamo costi unitari *transizionali* i costi di produzione unitari associati alla nuova tecnologia da introdurre computati ai prezzi correnti.

<sup>6</sup> Per i sistemi con capitale fisso, ossia per quello che è il caso generale, il CO va modificato abbandonando il puro terreno dei costi transizionali. Con il capitale fisso, il CO stabilisce che vengono introdotte solo quelle tecnologie che forniscono un saggio del profitto settoriale transizionale superiore a quello vigente. Una volta che i prezzi di produzione siano variati in conformità ai nuovi coefficienti tecnici, il nuovo saggio generale sarà maggiore di quello vecchio sebbene inferiore ai saggi settoriali transizionali. È possibile mostrare che nei sistemi TSS con capitale fisso l'applicazione costante del CO

$(-\Delta l a_t, -\Delta l b_t > 0)$ , le variazioni nei coefficienti materiali input-output nei due settori  $a$  e  $b$  dovranno rispettare le condizioni

$\Delta a a_t < |\Delta l a_t| \frac{w}{p_t}$  e  $\Delta a b_t < |\Delta l b_t| \frac{w}{p_t}$  rispettivamente, cioè

$$\frac{|\Delta l a_t|}{\Delta a a_t} < \frac{p_t}{w}, \quad \frac{|\Delta l b_t|}{\Delta a b_t} < \frac{p_t}{w} \quad (11)$$

Avendo posto queste disequaglianze, possiamo ora studiare l'influenza che la scelta delle tecniche secondo il CO (10a, 10b) ha sull'andamento del saggio del profitto del sistema TSS (1). A questo scopo esaminiamo il comportamento dei due saggi del profitto settoriali

$$r_{a_{t+1}} = \frac{l a_t (1 - w p b_t)}{a a_t p a_t + l a_t w p b_t} \quad ; \quad r_{b_{t+1}} = \frac{l b_t (1 - w p b_t)}{a b_t p a_t + l b_t w p b_t}$$

Possiamo esaminare separatamente i vari casi possibili di cambiamento dei coefficienti tecnici in conformità alle disequaglianze (11) del criterio di Okishio.

Il primo caso è dato da  $\Delta a a_t < 0$ ,  $\Delta a b_t < 0$ . Ciò implica che i coefficienti tecnici tendano a zero, il che accelera la tendenza verso zero dei prezzi-lavoro nei due denominatori dei saggi settoriali del profitto mentre la rallenta nei due numeratori a causa della presenza del segno meno. Il risultato complessivo è che il numeratore deve diminuire meno lentamente del denominatore, circostanza che produce la tendenza ad un accrescimento indefinito dei due saggi settoriali del profitto e di conseguenza del saggio generale malgrado il costante aumento della produttività del lavoro ossia la costante diminuzione della quantità di lavoro per unità di output.<sup>7</sup>

Il secondo caso è costituito da  $\Delta a a_t = 0$ ,  $\Delta a b_t = 0$ . È questo il caso del particolare esempio di sistema TSS scelto da K&MG. Abbiamo già visto come questo caso implichi che il saggio del profitto debba tendere verso

conduce a risultati analoghi a quelli dei sistemi TSS con solo capitale circolante.

<sup>7</sup> Ricordiamo che la relazione fra i due saggi settoriali ed il saggio generale del profitto è data da  $r_{t+1} = \frac{r_{a_{t+1}} K a_t}{K_t} + \frac{r_{b_{t+1}} K b_t}{K_t}$ , dove  $K$ ,  $K a$  e  $K b$  indicano rispettivamente i costi aggregati e i due costi settoriali.

un valore positivo determinato dalle condizioni input-output iniziali. Che ci tenda ascendendo o discendendo dipende poi dalla scelta dei prezzi iniziali.

Il terzo è più ambiguo caso è fornito da  $\Delta aa_t > 0$ ,  $\Delta ab_t > 0$ . La crescita dei coefficienti input-output non può tuttavia essere arbitrariamente grande in quanto secondo il CO si trova ed essere limitata dai valori assoluti delle variazioni (diminuzioni) dei coefficienti input-output di lavoro in relazione al prezzo relativo e al saggio del salario reale. Scrivendo  $gaa_t = \frac{\Delta aa_t}{aa_t}$ ,  $gab_t = \frac{\Delta ab_t}{ab_t}$ ,

$gla_t = \frac{|\Delta la_t|}{la_t}$ ,  $glb_t = \frac{|\Delta lb_t|}{lb_t}$ , le disequazioni che esprimono il CO si

possono scrivere  $gaa_t < gla_t \frac{la_t}{aa_t} \frac{w}{p_t}$ ,  $gab_t < glb_t \frac{lb_t}{ab_t} \frac{w}{p_t}$ . Dal momento

che i rapporti  $la_t/aa_t$  e  $lb_t/ab_t$  tendono entrambi verso zero per  $t \rightarrow \infty$  e che il prezzo relativo  $p_t$  varia molto gradualmente, osserviamo che i saggi di variazione dei coefficienti input-output  $gaa_t$  e  $gab_t$  avranno sempre meno spazio disponibile per restare positivi e dovranno fatalmente tendere verso il valore nullo, riducendo questo terzo caso di mutamento tecnico conforme al CO al secondo caso già visto, oppure divenire addirittura negativi, riducendo allora il terzo caso al primo che, come abbiamo visto, genera un saggio del profitto crescente.

È quindi possibile enunciare un surrogato di teorema di Okishio applicabile ai sistemi TSS come (1), vale a dire con due settori ed una merce salario, ma presumibilmente generalizzabile ad un numero qualsivoglia di settori e di merci-salario.

Applicando il CO per la scelta delle nuove tecniche all'insieme dei costi di produzione cioè a tutte le merci-input il risultato è un accrescimento tendenziale del saggio del profitto per  $t \rightarrow \infty$  indipendentemente dall'aumento costante della produttività del lavoro. Se l'applicazione del CO è confinata ai coefficienti di lavoro input-output e lascia inalterati i coefficienti materiali input-output, il saggio del profitto per  $t \rightarrow \infty$  tende ad un valore positivo e non a diminuire indefinitamente, quale che sia il tasso di accrescimento della produttività del lavoro e della composizione tecnica del capitale.

L'esempio numerico di sistema TSS (1) descritto nel quadro 3 e nel grafico 1 e basato sulle stessi valori iniziali input-output del quadro 2 ma con tassi di crescita e prezzi iniziali differenti vale ad illustrare quanto esposto sul TO:

$$pa_0 = pb_0 = 2, r_0 = 0.125149, \frac{\Delta La}{La} = 0.025, \frac{\Delta Lb}{Lb} = 0.05,$$

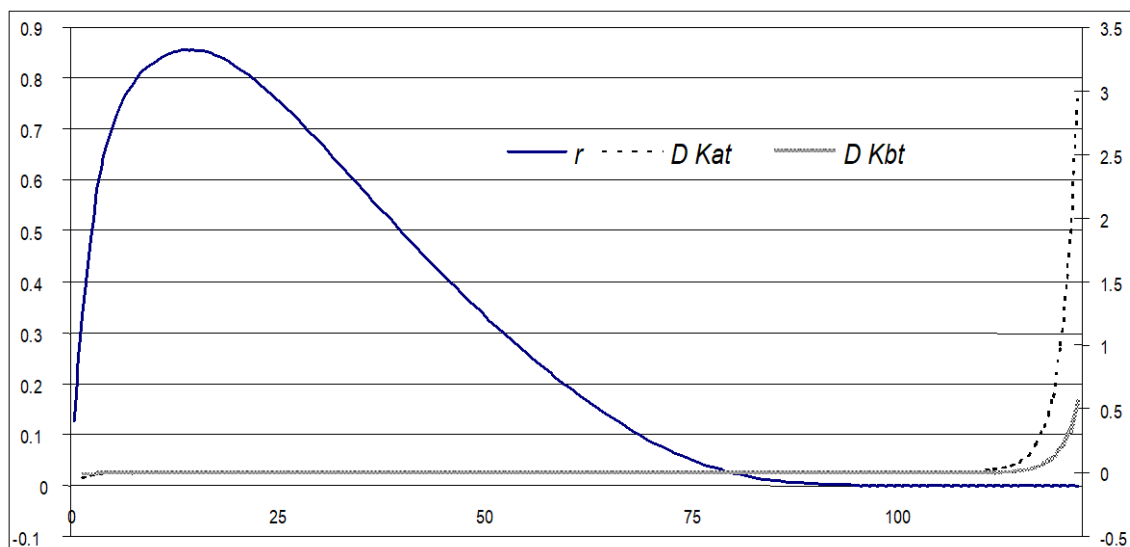
$$\frac{\Delta AA}{AA} = 0.042, \frac{\Delta AB}{AB} = 0.04, \frac{\Delta A}{A} = 0.045.$$

**Quadro 3. Andamento del saggio del profitto  
in rapporto ai costi transizionali (CO)**

<i>t</i>	<i>pa</i>	<i>pb</i>	<i>r</i>	<i>D Kat</i>	<i>D Kbt</i>	<i>t</i>	<i>pa</i>	<i>pb</i>	<i>r</i>	<i>D Kat</i>	<i>D Kbt</i>
0	2	2	0.125149			64	0.0021094	0.0017788	0.1415196	2.383E-05	9.023E-06
1	1.3105429	1.1480036	0.3473457	-0.038068	-0.007276	65	0.0020071	0.0016823	0.1308288	2.29E-05	8.564E-06
2	0.9520433	0.8826888	0.4915603	-0.021477	-0.003285	66	0.0019165	0.0015966	0.1205189	2.208E-05	8.156E-06
3	0.7587291	0.7103014	0.6030686	-0.013349	-0.001914	67	0.0018369	0.0015211	0.1106018	2.136E-05	7.795E-06
4	0.6361912	0.6066878	0.6760641	-0.009033	-0.001102	68	0.0017678	0.001455	0.1010897	2.074E-05	7.478E-06
5	0.5487547	0.5312317	0.7257727	-0.006369	-0.000607	69	0.0017088	0.0013978	0.0919949	2.022E-05	7.203E-06
6	0.4802353	0.471501	0.7610259	-0.004563	-0.00027	70	0.0016593	0.0013492	0.0833294	1.98E-05	6.968E-06
7	0.4234611	0.4210693	0.7874136	-0.003263	-3.3E-05	71	0.0016194	0.0013088	0.075105	1.948E-05	6.772E-06
8	0.3749431	0.3770944	0.8078417	-0.0023	0.0001359	72	0.0015889	0.0012763	0.0673323	1.926E-05	6.615E-06
9	0.3328094	0.3381141	0.8238136	-0.001578	0.0002541	73	0.0015678	0.0012518	0.0600211	1.915E-05	6.495E-06
10	0.2959133	0.3032983	0.8361143	-0.001035	0.0003342	74	0.0015565	0.0012352	0.0531794	1.914E-05	6.414E-06
11	0.2634577	0.2720995	0.8451868	-0.000629	0.0003853	75	0.0015553	0.0012267	0.0468133	1.925E-05	6.373E-06
12	0.2348323	0.2441076	0.8513177	-0.000326	0.0004146	76	0.0015649	0.0012268	0.0409262	1.949E-05	6.374E-06
13	0.2095396	0.2189859	0.8547269	-0.000102	0.0004274	77	0.001586	0.0012358	0.0355187	1.987E-05	6.418E-06
14	0.1871607	0.1964434	0.8556087	5.997E-05	0.0004283	78	0.00162	0.0012546	0.0305877	2.04E-05	6.51E-06
15	0.1673359	0.1762211	0.8541492	0.0001756	0.0004204	79	0.0016682	0.0012842	0.0261266	2.111E-05	6.655E-06
16	0.1497537	0.1580865	0.8505331	0.0002558	0.0004065	80	0.0017328	0.0013258	0.0221245	2.202E-05	6.858E-06
17	0.1341434	0.1418292	0.8449443	0.0003091	0.0003885	81	0.0018163	0.0013812	0.0185667	2.317E-05	7.13E-06
18	0.1202688	0.1272589	0.8375647	0.0003421	0.000368	82	0.0019218	0.0014526	0.0154341	2.461E-05	7.479E-06
19	0.1079241	0.1142034	0.8285727	0.0003599	0.000346	83	0.0020537	0.0015429	0.0127039	2.638E-05	7.92E-06
20	0.096929	0.1025072	0.8181405	0.0003666	0.0003234	84	0.0022173	0.0016557	0.0103498	2.856E-05	8.47E-06
21	0.0871262	0.0920299	0.806433	0.000365	0.0003009	85	0.0024195	0.0017957	0.0083427	3.123E-05	9.152E-06
22	0.0783777	0.0826451	0.7936057	0.0003576	0.0002788	86	0.0026693	0.0019691	0.0066514	3.453E-05	9.995E-06
23	0.0705627	0.0742391	0.7798041	0.0003462	0.0002576	87	0.0029783	0.0021837	0.0052435	3.859E-05	1.104E-05
24	0.0635754	0.0667094	0.7651632	0.000332	0.0002373	88	0.0033616	0.0024498	0.004086	4.362E-05	1.232E-05
25	0.0573224	0.0599643	0.7498067	0.000316	0.0002182	89	0.0038394	0.002781	0.0031466	4.987E-05	1.392E-05
26	0.0517221	0.0539213	0.7338477	0.0002992	0.0002003	90	0.0044381	0.0031951	0.0023941	5.77E-05	1.591E-05
27	0.0467022	0.0485067	0.7173886	0.0002819	0.0001835	91	0.0051931	0.0037161	0.0017994	6.757E-05	1.841E-05
28	0.0421992	0.0436544	0.7005216	0.0002646	0.000168	92	0.0061523	0.0043757	0.0013358	8.01E-05	2.155E-05
29	0.038157	0.039305	0.6833293	0.0002477	0.0001537	93	0.0073802	0.0052172	0.0009792	9.613E-05	2.556E-05
30	0.0345259	0.0354058	0.6658854	0.0002313	0.0001404	94	0.0089655	0.0062994	0.0007088	0.0001168	3.068E-05
31	0.0312619	0.0319092	0.6482551	0.0002156	0.0001283	95	0.0110303	0.0077032	0.0005065	0.0001438	3.73E-05
32	0.0283261	0.0287729	0.6304965	0.0002006	0.0001171	96	0.013745	0.0095408	0.0003573	0.0001792	4.593E-05
33	0.025684	0.025959	0.6126605	0.0001864	0.0001069	97	0.0173486	0.011969	0.0002488	0.0002262	5.728E-05
34	0.0233048	0.0234338	0.5947919	0.0001731	9.761E-05	98	0.0221802	0.0152096	0.000171	0.0002892	7.235E-05
35	0.0211611	0.0211669	0.5769302	0.0001607	8.909E-05	99	0.028725	0.019578	0.000116	0.0003746	9.257E-05
36	0.0192287	0.0191313	0.5591097	0.000149	8.133E-05	100	0.0376841	0.0255284	7.761E-05	0.0004915	0.00012

37	0.0174858	0.0173029	0.5413605	0.0001382	7.425E-05	101	0.0500805	0.0337202	5.123E-05	0.0006532	0.0001575
38	0.0159132	0.01566	0.523709	0.0001281	6.781E-05	102	0.067421	0.0451205	3.334E-05	0.0008793	0.0002095
39	0.0144934	0.0141833	0.5061781	0.0001187	6.195E-05	103	0.0919479	0.0611614	2.138E-05	0.0011993	0.0002823
40	0.0132112	0.0128556	0.4887878	0.0001101	5.662E-05	104	0.1270315	0.0839854	1.351E-05	0.0016569	0.0003853
41	0.0120526	0.0116614	0.4715557	0.0001021	5.177E-05	105	0.1777894	0.1168301	8.391E-06	0.0023189	0.0005327
42	0.0110053	0.010587	0.4544971	9.469E-05	4.737E-05	106	0.2520728	0.1646386	5.117E-06	0.0032879	0.0007461
43	0.0100582	0.00962	0.4376254	8.787E-05	4.337E-05	107	0.3620535	0.2350365	3.054E-06	0.0047224	0.0010587
44	0.0092014	0.0087494	0.4209526	8.159E-05	3.973E-05	108	0.5268011	0.3399116	1.774E-06	0.0068713	0.0015218
45	0.0084261	0.0079653	0.4044892	7.58E-05	3.643E-05	109	0.7765119	0.4979941	9.934E-07	0.0101283	0.002216
46	0.0077242	0.0072588	0.3882447	7.048E-05	3.342E-05	110	1.1595174	0.7391118	5.267E-07	0.0151241	0.003269
47	0.0070885	0.0066222	0.3722276	6.557E-05	3.07E-05	111	1.7540189	1.1112811	2.538E-07	0.0228784	0.0048853
48	0.0065127	0.0060483	0.3564456	6.107E-05	2.822E-05	112	2.6879379	1.6926442	9.856E-08	0.0350599	0.0073958
49	0.005991	0.0055307	0.3409062	5.692E-05	2.597E-05	113	4.1728445	2.611773	1.365E-08	0.0544282	0.0113426
50	0.0055182	0.0050639	0.325616	5.311E-05	2.393E-05	114	6.5625588	4.0825659	-3.01E-08	0.0855984	0.0176225
51	0.0050896	0.0046427	0.3105817	4.962E-05	2.207E-05	115	10.455439	6.4648587	-5.04E-08	0.136375	0.0277364
52	0.0047011	0.0042626	0.2958096	4.641E-05	2.038E-05	116	16.874829	10.370816	-5.77E-08	0.220106	0.0442243
53	0.0043488	0.0039196	0.281306	4.346E-05	1.885E-05	117	27.590819	16.853686	-5.8E-08	0.3598796	0.0714332
54	0.0040294	0.0036099	0.2670775	4.076E-05	1.746E-05	118	45.700176	27.746292	-5.49E-08	0.5960883	0.1168872
55	0.0037399	0.0033304	0.2531304	3.829E-05	1.62E-05	119	76.683023	46.274644	-5.02E-08	1.0002119	0.193759
56	0.0034776	0.0030782	0.2394716	3.602E-05	1.505E-05	120	130.34929	78.182455	-4.51E-08	1.700206	0.3253755
57	0.0032399	0.0028505	0.226108	3.395E-05	1.401E-05	121	224.46373	133.81463	-4.01E-08	2.9277846	0.5535234
58	0.0030247	0.0026451	0.2130473	3.206E-05	1.307E-05	122	391.57214	232.02029	-3.54E-08	5.1074578	0.953927
59	0.00283	0.00246	0.2002973	3.033E-05	1.221E-05	123	691.99901	407.54581	-3.11E-08	9.0260664	1.6654148
60	0.0026541	0.0022931	0.1878663	2.876E-05	1.144E-05	124	1238.8743	725.19528	-2.73E-08	16.159218	2.9454913
61	0.0024955	0.002143	0.1757632	2.733E-05	1.074E-05	125	2246.8656	1307.2589	-2.39E-08	29.306924	5.277414
62	0.0023526	0.0020081	0.1639976	2.604E-05	1.01E-05	126	4128.1459	2387.2412	-2.09E-08	53.845351	9.5788343
63	0.0022242	0.0018871	0.1525795	2.488E-05	9.534E-06						

**Grafico 1. Andamento del saggio del profitto e dei costi transizionali (CO) secondo il Quadro 3.**



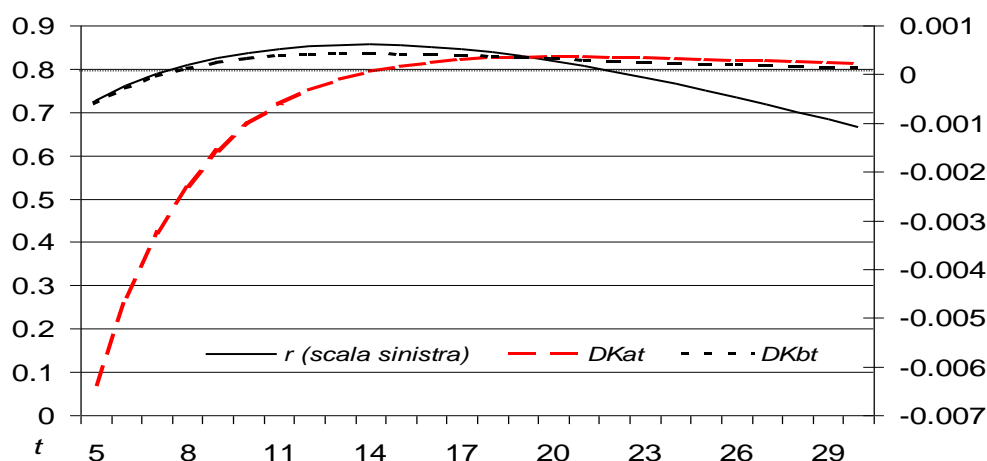
Nel quadro 3 le grandezze  $DKa_t$  e  $DKb_t$  indicano i differenziali dei costi unitari transizionali basati sul CO, vale a dire

$$DKa_t = pa_t (aa_{t+1} - aa_t) + pb_t w (la_{t+1} - la_t)$$

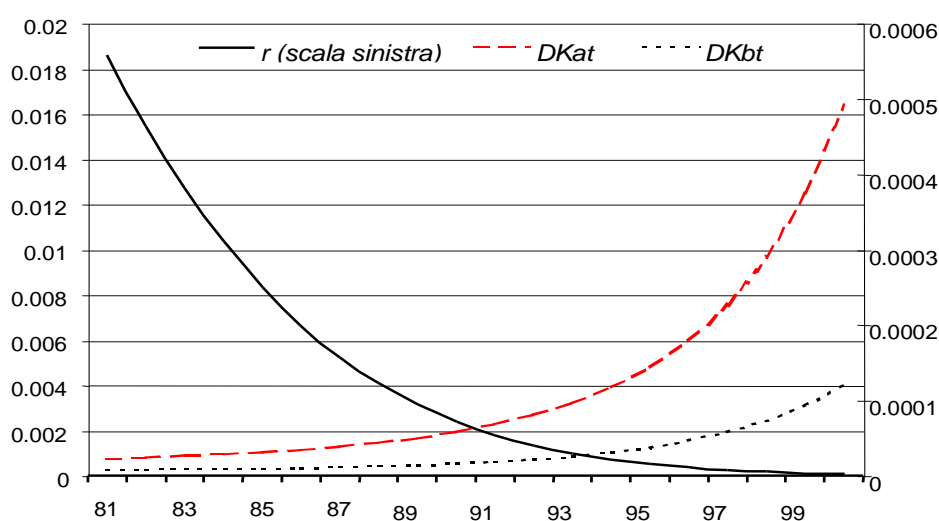
$$DKb_t = pa_t (ab_{t+1} - ab_t) + pb_t w (lb_{t+1} - lb_t)$$

Come si può osservare, inizialmente il saggio del profitto sale giacché il CO viene rispettato e i differenziali dei due costi transizionali unitari sono negativi. Comincia a diminuire (da  $t=15$  in poi) in risposta al superamento della soglia dello zero dei parte dei differenziali dei costi transizionali e non prima, tendendo a zero mano a mano che i differenziali salgono. Il percorso delle tre grandezze è meglio discernibile nei due grafici 2 e 3, che offrono il dettaglio dei due intervalli  $t \in [5,30]$  e  $t \in [81,100]$  del grafico 1 rispettivamente.

**Grafico 2. Andamento delle grandezze del grafico 1 per  $t$  da 5 a 30**



**Grafico 3. Andamento delle grandezze del grafico 1 per  $t$  da 81 a 100**



## 6. Conclusioni

Alcuni sostenitori dell'approccio TSS tendono a sovrastimare le differenze fra il formalismo dinamico associato a quest'interpretazione ed l'usuale formalismo statico-algebrico introdotto dalla teoria sraffiana. In particolare, le condizioni per l'indefinita diminuzione del saggio del profitto nel corso del processo di accumulazione non sono radicalmente differenti nel TSS da quelle già note per l'approccio statico, in quanto non è affatto sufficiente postulare una continua diminuzione delle quantità di lavoro per unità di output ed un continuo accrescimento delle composizioni tecniche ed organiche del capitale, ma occorre che l'accrescimento delle composizioni tecniche sia *più rapido* di quello delle produttività del lavoro. Anche la trattazione del teorema di Okishio nel nuovo quadro dinamico non si discosta fundamentalmente da quella tradizionale. Pur non essendo più valido in quanto teorema formale che si applica unicamente all'algebra lineare e non alle equazioni differenziali o alle differenze, il TO resta in piedi in una versione appropriatamente modificata, mostrando che l'impiego del criterio di scelta delle nuove tecniche formulato da Okishio esclude una caduta di lungo periodo del saggio del profitto anche nel formalismo TSS. In definitiva mi pare che venga rafforzata l'idea che se si vuole offrire un fondamento teorico sicuro alla legge marxiana della caduta del saggio del profitto occorre perseguire una via di ricerca integralmente nuova.

### **Riferimenti**

M.Funke (1979) *Technikwählt und Profitrate* in "Hefte für Politischen Ökonomien" n.5.

W.G.Kelley and A.C.Peterson (1991) *Difference Equations*. Academic Press, London.

A.Kliman and T.McGlone (1999) "A Temporal Single-System Interpretation of Marx's Value Theory" in *Review of Political Economy*, vol.11.

K.Marx (1965) *Il Capitale III*, Editori Riuniti, Roma.

Milano, Maggio 1999