Nota sui sistemi TSS di produzione congiunta

Paolo Giussani ☺

1. Introduzione

Nel loro articolo "A Temporal Single-System Interpretation of Marx's Value Theory"[1], Andrew Kliman e Ted McGlone (KMG, d'ora in poi) sostengono, fra l'altro,[2] che il problema della determinazione quantitativa dei valori e dei prezzi di produzione marxiani nei sistemi a produzione congiunta è un falso problema, risultante unicamente dall'interpretazione simultaneista della teoria di Marx. Una volta che l'approccio statico-simultaneista venga sostituito da quello dinamico-temporale (o sequenziale)[3], asseriscono i due autori, il problema cade da sé, e tanto i valori che i prezzi di produzione divengono facilmente calcolabili mediante l'appropriato formalismo alle differenze finite.
Qui si vuole precisamente dimostrare che queste affermazioni di Kliman e McGlone sono esse stesse frutto di una leggerezza, che è forse a sua volta portato di un qual certa nevrosi ideologico-politica di mostrare che "Marx aveva ragione". Del tutto indipendentemente dal giudizio riguardante l'approccio statico-simultaneista e la teoria dei prezzi e della distribuzione del reddito detta neoricardiana, nonché dalla possibilità che Marx avesse ragione o torto o quant'altro, sono sicuramente KMG ad errare nel desiderare di liquidare cosi sbrigativamente i problemi, come se il nuovo approccio denominato TSS, in guisa di un magico apriti-sesamo teorico, potesse consentire a tutti quelli che felicemente lo abbracciano di sciogliere qualsiasi mistero, presente, passato e futuro.

2. Un sistema di produzione congiunta

Onde smentire il punto di vista di KMG è sufficiente presentare ed analizzare un semplice esempio di sistema temporale di prezzi di produzione con prodotto multiplo senza capitale fisso. L'esempio scelto è un sistema composto di due settori, il primo (I) che produce simultaneamente i due output (A e B) impiegando come input gli stessi A e B ed il lavoro (presupposto di qualità omogenea nei due settori), ed il secondo (II) che produce soltanto l'output A impiegando come input la merce B ed il lavoro. I salari sono pagati all'inizio del processo di produzione e fanno perciò parte del capitale anticipato; il saggio salariale per unità di lavoro (w) è uniforme nei due settori e pari a 0.1 unità del bene B; le quantità complessive di lavoro impiegate sono uguali a 20 unità sia in I che in II. La struttura input-output del sistema è quindi la seguente

---

☺ *106642.534@compuserve.com*

[1] Cfr. Kliman e McGlone (1999)

[2] Nel loro articolo KMG sostengono in generale che la metodologia TSS è in grado di replicare tutti i risultati di Marx. In particolare, oltre al calcolo dei valori e dei prezzi nei sistemi a prodotto multiplo, l'altro punto cruciale trattato da KMG che andrebbe criticamente esaminato – cosa che si lascia ad un futuro lavoro – è ovviamente la legge della caduta tendenziale del saggio del profitto.

[3] Questo approccio è stato appunto denominato *Temporal Single System* (TSS) in opposizione alla metodologia tradizionale, statica e duale, introdotta da von Bortkiewicz e diffusa in epoca recente dagli sraffiani, che separa valori e prezzi in due sistemi distinti e indipendenti mediante un'algebra statica (simultanea).

Quadro 1. **Struttura Input-Output**

	Input				Output Lordo		Output Netto	
	A	*B*	*L*		*A*	*B*	*A*	*B*
I	18	12	20	$\rightarrow$	20	36	2	24
II		22	20	$\rightarrow$	20		20	-22
Σ	18	34	40	$\rightarrow$	40	36	22	2

Indicando con *pa* e *pb* i prezzi unitari delle merci *A* e *B* rispettivamente, con *r* il saggio uniforme del profitto, e con *t* il solito indice temporale, la struttura input-output del quadro 1 conduce al seguente sistema temporale a prodotto multiplo per il calcolo dei prezzi di produzione

$$(18\ pa_t + 12\ pb_t)\ (1 + r_{t+1}) = 20\ pa_{t+1} + 36\ pb_{t+1}$$

$$22pb_t\ (1 + r_{t+1}) = 20\ pa_{t+1} \qquad (1)$$

$$r_{t+1} = \frac{40 - 4\ pb_t}{18\ pa_t + 34\ pb_t}$$

Assai disgraziatamente, il sistema (1) non possiede soluzioni che possano essere di qualche conforto. In dettaglio:

- Per qualsiasi valore prescelto delle condizioni iniziali (pa_0 , pb_0), il prezzo di produzione relativo (pa_t/pb_t) ed il saggio del profitto (r_t) del sistema TSS (1) convergono ai seguenti valori *negativi* di equilibrio che vengono raggiunti dopo un certo numero di periodi :
  $\frac{pa_t}{pb_t} = -1.23125$, $r_t = -2.11932$ per $t \geq T$ (T dipende dalla scelta dei due prezzi assoluti iniziali pa_0 e pb_0).
- Questo equilibrio è di tipo stabile (vedi grafico 1). Il che vuol dire che dopo un certo numero ($t = T$) di periodi esso verrà invariabilmente raggiunto dal sistema per qualsiasi scostamento, piccolo quanto si vuole, dai valori stessi di equilibrio e per qualsiasi vettore di condizioni iniziali positive (pa_0 , $pb_0 > 0$). Va notato che i valori di equilibrio dei prezzi assoluti, del prezzo relativo e del saggio del profitto vengono conseguiti dopo oscillazioni iniziali piuttosto violente, come appare dai grafici 2 e 3.
- Esiste un *secondo* punto di equilibrio del sistema (1) definito da
  $\frac{pa_t}{pb_t} = 1.7868$, $r_t = 0.62437$.

  Si tratta di un punto isolato, ossia di un equilibrio di tipo assolutamente instabile, verso il quale i valori dei prezzi di produzione e del saggio del profitto non tendono *mai*, ma dal quale, al contrario, dato uno scostamento qualsiasi dai valori di equilibrio si allontanano *sempre* per convergere verso i precedenti valori di equilibrio negativi.

Grafico 1. Diagramma di fase dei prezzi di produzione del sistema (1) per alcune coppie di prezzi iniziali

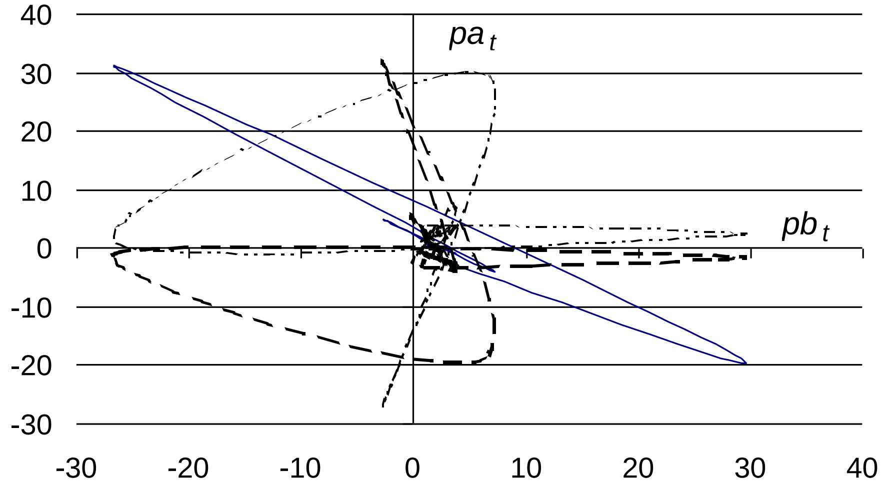


Grafico 2. Andamento di pa_t/pb_t e di r_t (pa_0 = pb_0 = 1)

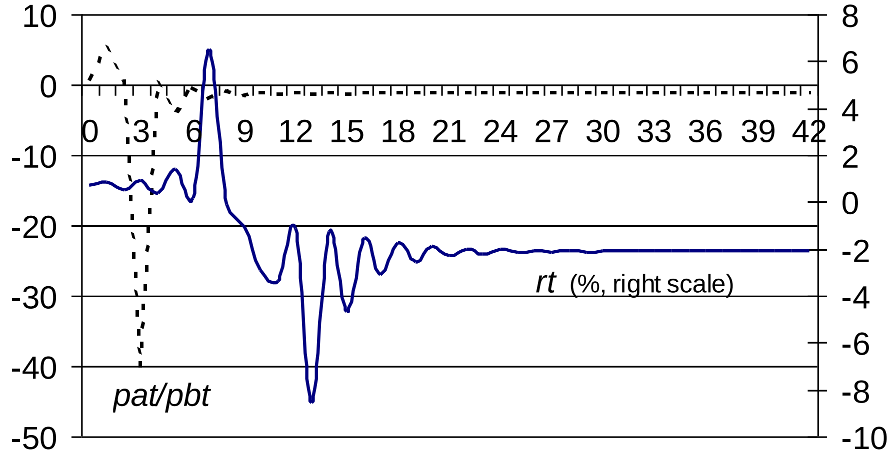
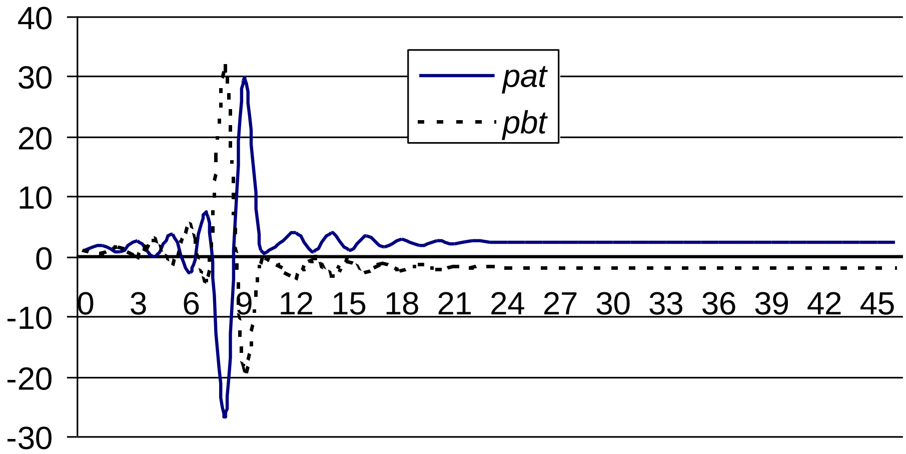


Grafico 3. Andamento di pa_t e pb_t (pa_0 = pb_0 = 1)



3. **Il sistema (1)**

Non si svelerà certo un mistero enunciando il fatto, triviale, che il sistema (1) definito nei suoi valori di equilibrio è null'altro che un esempio di sistema statico sraffiano di produzione congiunta.[4] Quando le equazioni di (1) si definiscono nel punto di equilibrio viene eliminata automaticamente la terza equazione, quella del saggio del profitto (la quale non è un'equazione indipendente come le prime due), ed (1) viene ridotto a

$$\begin{aligned} &(18\ pa + 12\ pb)\,(1 + r) = 20\ pa + 36\ pb \\ &22\ pb\,(1 + r) = 20\ pa \end{aligned} \qquad (2)$$

Mathematically speaking, il sistema algebrico (2) possiede non una bensì *due* soluzioni, che costituiscono appunto i due punti di equilibrio del sistema temporale (1), vale a dire

1. $pa\,/\,pb = 1.7868$, $r = 0.6212$
2. $pa\,/\,pb = -1.2312$, $r = -2.1193$

Essendo fra le due l'unica positiva la soluzione 1. è automaticamente la sola dotata di significato economico, venendo così ad eliminare ogni problema di possibile scelta arbitraria fra soluzioni equipollenti.[5]
La spiacevole circostanza è che le variabili del sistema temporale (1) tendono precisamente alla soluzione negativa 2., che non possiede significato economico ed è evidentemente irrazionale. Dal momento che in pratica qualsiasi sistema algebrico può essere interpretato anche come soluzione di equilibrio di un corrispondente sistema dinamico (continuo o discreto) è impossibile escludere in generale la convergenza di un sistema TSS di produzione congiunta verso valori di equilibrio negativi

---

[4] È noto che in generale nella produzione singola con coefficienti input-output costanti i sistemi simultanei sraffiani costituiscono la soluzione di equilibrio dei sistemi temporali, ossia TSS; i quali tuttavia, contrariamente a quanto accade per il sistema a produzione congiunta qui considerato, convergono sempre verso la soluzione *positiva* del sistema simultaneo (algebrico) cioè verso il punto di equilibrio che fornisce prezzi e saggio del profitto positivi.

[5] Lo stesso accade per i sistemi a produzione singola. Tutti questi sistemi hanno un numero di soluzioni pari al numero dei prezzi incogniti delle merci base ossia al numero delle equazioni base. Il noto teorema di Perron-Frobenius assicura che in tali casi esiste sempre uno ed un solo autovalore positivo (l'autovalore massimo) della matrice input-output cui sono associati saggio del profitto positivo e prezzi tutti positivi delle merci base che, essendo gli unici ad avere significato economico, evitano problemi di assenza di univocità.

e/o il procedere delle sue variabili temporali (prezzi e saggio del profitto) all'interno di malaugurati intervalli negativi.
In definitiva, ammesso che ciò sia di qualche importanza, l'esistenza di sistema temporali che, allo stesso modo di (1), tendono verso punti di equilibrio negativi (vedi la soluzione 2. del sistema algebrico (2)) invece di sconfessare finisce piuttosto con l'accreditare la teoria simultaneista, che in questo caso particolare usufruisce del vantaggio di poter scegliere fra le due soluzioni algebriche quella che possiede significato economico.

4. **Conclusione**

Non sembra evitabile la costatazione che i sistemi TSS non sono per il momento in grado di sfuggire alla regola che fa della produzione congiunta un problema apparentemente intrattabile[6], che richiederebbe la ridefinizione dell'apparato teorico e formale impiegato. Parimenti necessario è rendersi conto che, del tutto indipendentemente dall'accettazione o dal rifiuto della teoria e dei formalismi statici di speciazione neoricardiana, l'estensione e la formalizzazione, oppure, come KMG amano affermare, l'interpretazione della teoria marxiana sono faccende di tipo problematico. Si può ragionevolmente pensare che problemi che oggi appaiono ardui si risolveranno e che le teorie di cui disponiamo o pensiamo di disporre potranno progredire, ma permanendo *ad aeternum* problematiche al pari di ogni conoscenza umana non metafisica, il che esclude la possibilità di avere a disposizione ricette o paradigmi già pronti-che-basta-volerli-trovare come nell'infaustamente fallimentare tradizione di tutta la sinistra moderna.

Riferimenti

W.G.Kelley and A.C.Peterson (1991) *Difference Equations*. Academic Press, London.

A.Kliman and T.McGlone (1999) "A Temporal Single-System Interpretation of Marx's Value Theory" in *Review of Political Economy*, vol.11.

Milano, Marzo 1999

[6] Questa circostanza è già nota da parecchio tempo per quanto riguarda i sistemi simultanei (algebrici) sraffiani. Il segreto dei problemi generati dai sistemi di produzione multipla è che le singole equazioni che compongono tali sistemi *non sono ben definite*. Nella fattispecie, le quantità di lavoro impiegate nei settori I e II dei sistemi (1) e (2) *non* possono essere quantità di lavoro socialmente necessario secondo la definizione marxiana giacché le condizioni settoriali di produzione (e le produttività settoriali) per le stesse merci (nell'esempio qui usato, la merce *A*) sono differenti.